PROBLEMA DEL SIGNOR ROMUALDO CRUCIANI PROPOSTO ALLI...

Romualdo Cruciani

PROBLEMA
DEL SIGNOR
ROMUALDO CRUCIANI
PROPOSTO ALLI SIGNORI DILETTANTI
D' *Aritmetica*,
Sua replica con nuove Regole sopra le frazioni,

E due vaghi indeterminati Problemi in fine, per conoscere, che cosa sia il numero.

DEDICATO AL NOBILISSIMO GIOVANE

SIGNOR CONTE
CARLO SIMONETTI
PATRIZIO FANESE.

IN FANO; M. DCC. LXIII.
DALLE STAMPE DI ANDREA DONATI.
CON APPROVAZIONE DE' SUPERIORI.

Rovocato un giorno da alcuni Professori, e dilettanti d'algebra, e aritmetica, m'indussi a proporre un Problema; e considerando le risposte da esso loro arrecatemi non potè il mio intelletto rimanerne appagato, e perciò non potei far a meno di esporre il mio sentimento, il quale se non m'inganno è una scoperta non mai fatta da tanti celebri ingegni, che di tali materie han trattato. Mi venne poi in mente di presentarlo a Voi Nobilissimo Signore, perchè oltre l'esser Voi delle Greche, Latine, ed Italiane lettere adorno, e di tutte le migliori scienze dovizioso, avete della proposta materia singolar cognizione, come quello che nell'età più immatura sotto la disciplina del Dott: Bianchi allo studio della moderna Filosofia, e Matematica atteso avete più

anni . E per Verità non potea venirmi in mente un soggetto più opportuno, poichè oltre i mentovati personali Vostri bei pregi , siete d'una Famiglia sì illustre , che fra le più cospicue di tutta l'Italia può annoverarsi per il dominio antichissimo della Città di Jesi, e delle Terre di S. Quirico, e Rocca dell'Aquila , e delle lor pertinenze , in cui Bonifazio Nono con amplissima Bolla confermò Ranieri, e Brunoro d'Antonio, Abbateltorto, e Giacomo di Stefano ; Lomo di Lucemburgo , e Ranieri di Minetto tutti vostri Antenati. E siccome un contrasegno si è questo d'essersi la Casa Vostra in ogni tempo distinta in personaggi nell'arme, e nelle lettere ragguardevoli, così potrà ognuno per sè medesimo imaginarsene il numero, senza ch'io m'esponga all'ardua impresa di stenderne il lungo catalogo: bastando rammentare soltanto quel prudentissimo Menaro , il quale circa il 1440: eletto Podestà di Fano (Dignità primaria in que' tempi , e ai soli più valorosi e cospicui solita conferirsi) fermò in detta Città la perpetua sua residenza ; E quel Cesare Dottor di Legge che circa gli Anni 1580: fiorì nell' Università di

Pado-

Padova, e amante più della Patria, che de' suoi Congiunti medesimi, lasciò morendo tutti i suoi beni alla Comunità di Fano, affinchè si erigessero a comun beneficio due lettori di Legge. Ma ripigliando il filo del discorso necessariamente interrotto, sò che le Forensi occupazioni, nelle quali con indefessa fatica, e con ammirazione di chi vi conosce in cotesta Dominante vi esercitate, non vi lasciano molto tempo da spendere nelle Matematiche speculazioni, ma pur mi lusingo, che degnerete d'un benigno sguardo questa mia breve fatica, e scuserete l'ardire che mi son preso in accrescervi l'esame di questa mia osservazione; e la mia speranza nasce dall' aver io conosciuto mai sempre la gentilezza della nobilissima Vostra indole, e il fervoroso affetto che nudrite non men per lo studio che per gli studiosi; onde raccomandandomi alla validissima protezion Vostra passo a rassegnarmi con tutto l'ossequio

Di Voi Nobilissimo Sig.

Fano ultimo Aprile 1763.

Umo Devmo, ed Obmo Servidore
Romualdo Cruciani.

SPIEGAZIONE.

Acciochè il discorso sia inteso da tutti i dilettanti d' Aritmetica, spiego qui i segni algebraici, delli quali mi son servito nelle operazioni numeriche.
— *Questo segno si legge* meno, *e denota sottrazione.*
= *Questo significa egualianza, e si legge* eguale.
X. *E questo significa moltiplicazine, e si legge* moltiplicato, o moltiplicati, *secondo il numero.*

Per maggiore intelligenza leggerò qui l' operazioni numeriche.

Alla pag 20 si leggo due terzi divisi per due noni sono eguali a diciotto sesti eguali a tre; la seguente operazione si legge *due terzi divisi per due noni divisi per nove, sono eguali a tre noni;* la susseguente si legge, *due terzi divisi per due noni, sono eguali a ventisette noni;* la penultima si legge, *due terzi sono eguali a cinquantaquattro ottantuno esimi;* e l' ultima si legge, *due terzi sono eguali a due terzi.*

Alla pag. 13 La prima operazione si legge, *due terzi moltiplicati per quattro quinti, sono eguali a otto quindicesimi;* la seconda si legge, *due quindicesimi moltiplicati per quattro, sono eguali a otto quindicesimi;* la terza si legge, *cinque centesimi moltiplicati per dieci, sono eguali a cinquanta centesimi, eguali a mezzo;* la quarta si legge, *cinque moltiplicato per dieci è eguale a. cinquanta;* la quinta si legge come la terza.

Alla pag. 17 la spiegazion è nella medesima pagina, l' altro frazioni poi si suppone sapersi.

PRO-

PROBLEMA
PROPOSTO DAL SIGNOR
ROMUALDO CRUCIANI
ALLI SIGNORI DILETTANTI D' ARITMETICA.

IL tutto non è maggiore della sua parte.

P R O V A.

Osto, che due terzi siano il tutto, i quali divisi per due noni, danno di parte tre, che è maggiore di due terzi; Dunque il tutto non è maggiore della sua parte.

Si cerca la generale contraria dimostrazione.

Siccome hanno risposto molti insigni Signori Matematici, che il quoziente è l' esponente del numero delle volte, che il partitore si contiene nel numero dividendo, che vale a dire la ragione, che ha il partitore al dividendo; e che il quoziente non denota parte del medesimo dividendo (così il Cruciani si dà l' onore di scoprire per la prima volta un tale abbaglio.

Prima però d' innoltrarsi in questo suo impegno considera esser necessario presupporre, che per quanto egli abbia letto, e favellato co' Matematici sopra l' Aritmetica, gli par trovarla mancante d' alcune Regole per le frazioni veggendo nella divisione d' esse il quoziente esser maggiore della cosa divisa; in ciò non gli basta il sapere, che il quoziente sia la ragione del partitore al dividendo, perchè è sola operazione matematica, la quale poi si deve porre in pratica, e con questa sola Regola assegnata, non sa, come si possa attualmente dividere il concreto.

Postosi a considerare la natura di quelle rinvenne, che il quoziente è della specie del partitore in quanto alla quantità, e fatte le dovute dimostrazioni trovo esser vero.

S' avvidde altresì, che il comun detto, essere prodotto della loro moltiplicazione, minore del moltiplicato, il chè non sussiste, perchè l' abbaglio è, che si moltiplica per il valore del suo intiero, e non per il valore delle parti della fazione moltiplicata.

Come ancora l' altro proverbio, che la loro somma sia maggiore del prodotto della loro moltiplicazione, questo procede, perchè si figura il prodotto esser del genere della somma, la qual cosa e insussistente, perchè il prodotto non è del genere della somma.

Ciò presuposto viene il Cruciani alla discussione del suddetto Problema, e dice, che non può negarsi il quoziente esser la ragione, che ha il partitote al dividendo; ma ciò è soltanto vero, quando le cose sono fra di loro omogenee, e quando si prendono matematicamente in astratto, che niente pone in essere nel fisico.

Ed è errore il dire, che il quoziente non denoti parte del dividendo, perchè se ciò fosse vero non potrebbe dirsi esser divisione (il chè è contrario all' Aritmetica) e non potrebbe sapersi la parte, che tocca a ciascuno della cosa, che deve dividersi. RE-

REGOLA PER LA DIVISIONE.

Quando il partitore è frazione, deve dividersi il quoziente per il denominatore del partitore; perchè il quoziente è della specie del partitore, quando sia frazione, e così s'aurà ciò, che tocca a ciascuna parte del partitore, dimostrando il numeratore del partitore la quantità delle parti dividenti, e che devon farsi del dividendo.

Onde per fare la giusta dimostrazione del proposto Problema si dovea rispondere.

Se dividendo due terzi per due noni si ha di quoziente tre, il quale deve dividersi per il medesimo denominatore del partitore, cioè per il 9. delli due noni, perchè la cosa viene divisa da noni, così saranno tre noni, e tanto tocca di parte a ciascun nono.

REGOLA PER LA DIMOSTRAZIONE DELLA DIVISIONE.

Si moltiplichi il quoziente divifo per il denominatore del partitore col numeratore del medefimo partitore, perchè a ciafcuna unità, che contiene il numeratore del partitore, tocca di parte il quoziente divifo per il denominatore dello fteffo partitore.

Dunque per la dimoftrazione della divifione del Problema fi moltiplichino li trè noni col numeratore del partitore, cioè col 2. delli due noni, perchè a ciafcun nono tocca di parte trè noni, e produranno fei noni eguali alli due terzi divifi.

$$\frac{\frac{2}{3}}{\frac{2}{9}}=\frac{18}{6}=3$$

, e perchè il 3. è della fpecie de' noni l'intiera equazione reftarà

$$\frac{\frac{2}{3}}{\frac{\frac{2}{9}}{\frac{9}{9}}}=\frac{3}{9}$$

, e perchè $\frac{3}{9}$ toccano di parte à ciafcun nono fcifrando farà

$$\frac{\frac{2}{3}}{\frac{2}{9}}=\frac{27}{9}$$

profeguendo la fcifrazione s'avrà

$$\frac{2}{3}=\frac{54}{81}$$

Schifando refterà

$$\frac{2}{3}=\frac{2}{3}$$

, che è quello, che generalmente fi dovea dimoftrare.

Ciò

Ciò non ostante s' impugna, perchè se il quoziente fosse parte del dividendo in concreto, ne resultarebbe, che unito il dividendo al quoziente produrebbe una somma maggiore il che non è.

A quest' obbiezzione risponder deesi, che il quoziente è parte del dividendo in concreto fatta, che sarà l' attual divisione della cosa dividenda nel concreto, di modochè la cosa dividenda resta annichilata nel suo intiero essere, per esser divisa in tante parti quante ne denota il partitore, e colla dimostrazione per la Regola già assegnata vedesi riunite le sue parti, le quali ricompongono la cosa già divisa.

Per ciò convien distinguere, che l' operazioni matematicamente altro non sono, che indicazioni alla Mente dell' Uomo; ma poste, che sono fisicamente in concreto si trova quel, che si cerca.

E perchè si brama, che li Signori dilettanti intendino, che cosa sia il numero, s' aggiunge al ro discorso sopra le frazioni.

Comunemente gli Aritmetici dicono, che nel moltiplicar le frazioni il lor prodotto sia minore del valor moltiplicato.

Si risponde ciò non esser vero, perchè si potrebbe dir minore, quando il valore delle frazioni fosse minore a proporzione del valore del loro intiero, e ciò non è vero (essendo il prodotto l' intiero valore della frazione, ed il moltiplicato è il valore dell' intiero della frazione, ed è del genere del valore, che si cerca), altrimenti sarebbe un moltiplicare un punto fisico con un punto matematico, che niente varia di quello che è) perchè il numero moltiplicato o il moltiplicante è il valore del suo intiero; ma regolarmente il numero moltiplicato è quello che è del genere del valore, che si cerca. RE-

REGOLA PER LA MOLTIPLICAZIONE DELLE FRAZIONI.

Si moltiplichi la frazione moltiplicante, che è del genere del valore, che si cerca per il denominatore dell' altra frazione moltiplicante, ed il prodotto sarà il valore di ciascuna unità, che contiene il numeratore della frazione moltiplicante, indi si moltiplichi il valore di ciascuna unità suddetta per il numeratore della frazione moltiplicante, ed il prodotto sarà il valore dell' intiera frazione moltiplicante, che si cerca.

E S E M P I O.

Posto, che due terzi sia il valore del suo intiero, li quali moltiplicati per quattro quinti, il prodotto sarà otto quindicesimi; l' errore è, perchè si moltiplica per il valore, che non è delle sue parti, ma del suo intiero: dove, che se si moltiplicasse per il valore delle sue parti, il prodotto crescerebbe, e non scemarebbe; mentre il numeratore esprime le parti, che contiene la frazione, come nota Regnault nel primo Tom: al trattato delle frazioni sotto il num, 192. Trattenimento X (non intendendo con ciò dimostrar false le Regole d' Aritmetica, ma soltanto dilucidare per li dilettanti il modo di ben crivellare le frazioni in questa parte, e conoscere il lor valore; Veggendosi nelle Regole d' Aritmetica fino a quest' ora dilucidate, la parte delle frazioni, che chiamasi quantità continua esser contraria alla parte de' sani, che discreta s' appella, il che non è) per ciò si dividino li due terzi per il 5. delli quattro quinti, e s' avranno due quindicesimi valore di ciascun quinto, e perchè li quinti sono quattro, si moltiplichino li due quindicesimi per 4., e s' avranno otto quindicesimi, che è prodotto maggiore delli due quindicesimi valore di ciascun quinto.

IN

$\frac{2}{3} X \frac{4}{5} = \frac{8}{15}$. Si dividino li $\frac{2}{3}$ per il 5. delli $\frac{4}{5}$ per la Regola assegnata, e s' avrà

$\frac{2}{15} X 4 = \frac{8}{15}$ Valore maggiore delli $\frac{2}{15}$

Ciò avviene anche ne' sani Ver. Gra si cerca il valore di 10. alla ragione del cinque per cento, fatta l' operazione il prodotto è mezzo, che è minore del 5, che viene moltiplicato, la qual causa procede, perchè si moltiplica per il valore, che non è di ciascuna parte, che si moltiplica, come si fa ne' rotti; ma se si moltiplicarà per il valore di ciascuna parte (la quantità delle medesime viene indicata dal suo numero moltiplicante, il quale deve essere quello, che moltiplica il valore, che si cerca) sarà $\frac{5}{100} X 10 = \frac{50}{100} = \frac{1}{2}$, perche essendo alla raggione del eento, il 5. è lo stesso, che $\frac{5}{100}$ valore di ciascuna parte del 10.

IN NUMERI.

$5 X 10 = 50$. essendo alla ragione del 100 sarà

$\frac{5}{100} X 10 = \frac{50}{100} = \frac{1}{2}$. Prodotto maggiore delli $\frac{5}{100}$

Dimostra in oltre l' Aritmetica, che la somma delle frazioni sia maggiore del prodotto della moltiplicazione delle medesime frazioni.

In questo notar si deve, che non può sommarsi insieme, che quantità del medesimo genere, e la somma è dello stesso genere. La dove nella moltiplicazione, il prodotto non può essere del genere d' ambe le quantità moltiplicante, e moltiplicata, ma soltanto d'una di quelle, quando sono di diverso genere.

E quando la quantità moltiplicante, e moltiplicata sono dello stesso genere, il prodotto non è del genere delle medesime.

ESEMPIO.

Posto un campo quadro, che ogni lato sia di 12. piedi, come nella quì sotto figura; moltiplicando un terzo del lato B C. colla metà del lato A B il prodotto sarà un sesto, perchè moltiplicando un terzo per mezzo il prodotto è un sesto. Posto, che li punti siano la quantità de' piedi, il terzo del lato B C. contiene 4 piedi, e la metà del lato A B contiene 6. piedi, li quali sommati insieme compongono piedi 10, ed il sesto contiene piedi 24, e ciò avviene, perchè il terzo, ed il mezzo contengono piedi di linea, ed il sesto contiene piedi di superficie, e non di linea.

E quantunque in diversi casi il prodotto dir si potesse esser dello stesso genere del moltiplicato, e moltiplicante Ver. Gra posto, che il detto quadrato sia un campo d' Uomini posti in quadro; denotando i punti Uomini, pigliando parimente un terzo del lato B C, che sono Uomini 4, e la metà del lato A B., che sono Uomini 6., sommando il terzo col mezzo, fanno cinque sesti, li quali contengono 10. Uomini, e moltiplicando il terzo col mezzo produce un sesto, il quale contiene Uomini 24; e ciò procede, perchè li cinque sesti sono Uomini in linea, ed il sesto contiene Uomini della sesta parte del quadrato (come si distingue dalle linee negre D E.) che è di diversa specie del terzo, e del mezzo.

Da ciò chiaramente apparisce, benchè in concreto fisicamente il moltiplicante, e moltiplicato siano dello stesso genere del prodotto, nulla di meno matematicamente è di diversa specie, come s' è dimostrato negli addotti esempj, *& ita de similibus ad similia*.

In questo discorso ben si comprende la contraria

dimostrazione, che nel dividere il quoziente sia maggiore del dividendo, nel moltiplicare il prodotto sia maggiore del valore del moltiplicaro, e nel sommare, la somma sia maggiora del prodotto della loro moltiplicazione.

Onde si deve concludere, che il quozienre è generalmente sempre parte del dividendo, e non ragione del partitore al dividendo, perchè considerar si deve essere ragione, quando le grandezze sono dello stesso genere, come linea con linea, angolo con angolo, tempo con tempo ec., perchè sono fra di loro omogenee; ma non quando sono estereogenee, come linea con moto, angolo con rempo ec. conforme alla celebre diffinizione XVII del primo Libro d' Odoardo Corsini nel commenro da esso satto d' Euclide Apollonio, e d' Archimede nelle di loro più eccellenti Proposizioni, che per commodo qui ad litteram si rrascrive XVII *Di qui chiaramente apparisce, che la ragione non può trovarsi, che fra le grandezze omogenee, o non si potrebbero fra loro paragonare, e dirsi una eguale, maggiore, ò minore dell' altra; ovvero non potrebbe una di loro contenere l' altra, o esser contenuta da quella, come un' angolo non è maggiore del tempo, o contenuto nel tempo, la linea nel modo ec.*

Essendo le suddette Regole generali non devono patire eccezione.

Protestandosi di non censurare i Signori Matematici, perchè matematicamente il quoziente generalmente è sempre ragione, non supponendosi la divisione dalla cosa dividenda, ma soltanto, che una grandezza si contiene in un' altra maggiore, avendo così inteso il Problema.

Signori Diletranti d' Aritmetica considerate, che se osservarete il numero soltanto matematicamente, vi farà vedere il presente instante essere eguale all' infinito

finito ſpazio di tempo già paſſato ab eterno moltiplicato coll' infinito ſpazio di tempo, che ſarà in eterno.

E così ſi dimoſtra, poſto che l' unità ſia il preſente iſtante, la quale diviſa per metà, e trovato il quadrato della metà ſarà $\frac{1}{4}$, di queſto il ſuo quadrato, indi il quadrato quadrato, e così in infinito, e vedrete Matematicamente la frazione infinitamente piccola, ſenza principio, e queſta ſerie infinita applicata all' infinito tempo già paſſato ab eterno, perchè retrocedendo deve eſſer ſempre meno. Tornate all' unità, duplicata ſarà 2., e fatto di queſto il quadrato, indi il quadrato quadrato, e così in infinito, e vedrete matematicamente una gran ſomma infinita ſenza termine, e queſta applicata all' infinito ſpazio di tempo, che ſarà in eterno, perchè continuando deve eſſer ſempre più; e poi moltiplicando la prima infinita ſerie di piccola quantità colla ſeconda infinita ſerie di magna quantità, il prodotto ſarà 1. E che ciò ſia vero ſi moltiplichi $\frac{1}{2}$ per 2. produce 1., $\frac{1}{4}$ per 4. produce 1., $\frac{1}{16}$ per 16. produce 1., $\frac{1}{256}$ per 256. produce 1., $\frac{1}{65536}$ per 65536 produce 1., e così in infinito ſarà ſempre 1. Ed ecco provato l' infinito ſpazio di tempo paſſato ab eterno moltiplicato coll' infinito ſpazio di tempo, che ſarà in eterno eſſere eguale al preſente iſtante. Se ciò ſia vero ſi laſcia a Voi il conſiderarlo; E ſoltanto s' avverte, che quel che non ha nè principio, nè termine, non può avere neppure il mezzo, perchè preſo il ſuddetto iſtante in qualunque tempo ſempre ſi può ideare la medeſima ſuddetta ſerie.

Signori Matematici mi do l' onore di favellare in un Problema, bramando essere inteso anco dagli Aritmetici, per li quali ho fatto questo breve discorso, sperandone l' approvazione, mi spiego prima in lettera per commodo di tutti.

Quattro meno quattro è eguale a zero, due meno due è eguale a zero, dunque quattro meno quattro, diviso per due meno due è eguale a zero diviso per zero; ma quattro meno quattro diviso per due meno due è eguale a due, dunque zero diviso per zero è eguale a due.

IN NUMERI.

$4 - 4 = 0$, e
$2 - 2 = 0$, dunque

$\frac{4-4}{2-2} = \frac{0}{0}$, ma

$\frac{4-4}{2-2} = 2$, dunque

$\frac{0}{0} = 2$, dunque un zero si contiene due volte in un' altro zero, che vale a dire esser un zero doppio dell' altro: e permutando il $4 - 4$ in $6 - 6$, in $8 - 8$, e così in infinito, s' avrà zero essere eguale à qualunque numero; e rivoltando la frazione sarà $\frac{2-2}{4-4}$, s' avrà zero eguale à $\frac{1}{2}$, e permutando il $4 - 4$ in $6 - 6$, in $8 - 8$, e così in infinito, s' avrà zero eguale à qualunque frazione.

Scioglierei questo Problema nel seguente modo.

Si

Si consideri, che zero è eguale al punto matematico, ed essendo $4-4=0$, dunque $4-4$ è eguale al punto matematico, e così il $2-2$: e siccome il punto matematico non si può dividere, ne moltiplicare, così il zero non può dividersi, ne moltiplicarsi. Si noti, che in sestesso il numero è matematico, che *non est aliquid*, ma è soltanto un' astratta espressione, come se dicessi due nulla, perciò quel numero, ch' è eguale à zero, è del valore del zero, e siccome dal nulla, nulla insorge, così da zero altro ritraer non si può, che zero; e quel numero, che è eguale à zero, altro non è, che l' esponente della matematica idea, che quel zero sia contenuto tante volte in un' altro numero de zeri, perchè il $2-2=0$, ed il $4-4$ attesa la divisione per il $2-2$ denota due zeri, per l' indeale quantità, che denota li detti numeri, non ostante, che il $4-4$ sia eguale à zero, perchè anche due zeri sono eguali ad un zero. ed ecco dimostrato, che cosa sia il numero, che è eguale al zero.